

空気圧サーボ弁と空気圧サーボ系の解析と設計〔2〕

0-2 動的特性（安定性、応答速度）

動的特性の検討を行うため、S平面を用意し、サーボ弁の特性方程式の根の移動を各部構成要素のパラメータ変化に関連させて求める。これによって、サーボ弁の応答性、安定性および安定度が、必要パラメータとの関連で明らかになる。

この手法は、文献[1]によるものである。そのポイントとなる項を書き抜くと、

これら諸パラメータについて特性方程式の根軌跡を画く、というよりも各パラメータについて等値線（コンタ）を画くことによって、根の位置の変移を明らかにする方法をとる。この根軌跡図から得られる情報、知見を列挙することは、初等的で繁雑である。そしてまた本報の主旨でもないので割愛し、このような手法をシンセシスに用いる上の要項と、第1報に述べた事項との関連をエンファシスして抄述するに留めることにする。

諸パラメータの変化によって、特性方程式の根の位置が変移する様相を系の挙動として力学的に解釈することは、制御技術における根軌跡法の規範に従えばよいわけである。

図0-7のシグナルフロー線図より、入出力端の伝達関数をそれぞれ求め系の特性方程式を求めると

$$\frac{y(s)}{F_x(s)} = \frac{(Y_{NV21} - Y_{F21})}{(Y_{T22} + Y_{NV11} + Y_{F11})(Y_L - Y_{NV22} - Y_{F22}) + (Y_{NV12} - Y_{F12})(Y_{NV21} - Y_{F21})}$$

(0-28)

式(0-28)の分母を $G(s)$ とすれば、

$$G(s) = (Y_{T22} + Y_{NV11} + Y_{F11})(Y_L - Y_{NV22} - Y_{F22}) + (Y_{NV12} - Y_{F12})(Y_{NV21} - Y_{F21})$$

(0-29)

よって特性方程式は、

$$G(s) = 0$$

(0-30)

で示される。また $G(s)$ を用いて、

$$\frac{F_L(s)}{F_x(s)} = -\frac{(Y_{NV21} - Y_{F21})Y_L}{G(s)}$$

(0-31)

$$\frac{y(s)}{x(s)} = \frac{Y_{T22}(Y_{NV21} - Y_{F21})}{G(s)} \quad (0-32)$$

$$\frac{F_L(s)}{x(s)} = \frac{Y_{T22}(Y_{NV21} - Y_{F21})Y_L}{G(s)} \quad (0-33)$$

となる。ここでは、伝達関数式(0-28)について検討をする。

特性方程式(0-30)は、各パラメータを代入して整理すると、 S の6次の項までもつ。

しかし、設計を目的とする本解析に関する限り、次に示すような態度で進めることが最もその目的にかなうものであると考える。

- (1) 系をできるだけ低次に持ち込み各定数の評価を動的特性との関連で明確にしておくこと。
- (2) 低次の式にもちこむための手続きを示し、その式の示しうる範囲を明確にしておくこと。

また、設計に対する指針として、文献を参照として掲げておく。

別にこの通りにならったのではないが、後に示す特性方程式の検討は3次で行っている。実際、サーボ弁については、3次以上の項が特性に大きく関与する場合、たとえば、案内弁背圧室の圧縮性を考慮に入れなければならないような場合は、サーボ弁の供給圧力、もどり圧力等の急変による誤差出力等が、大きな問題となることは十分予想される。ちなみに文献[2]より、関係項のみを抜き書けば、

最適設計の項の図表中には8次までの高次系の話が載っているが、調速系（機関、負荷、調速機）の設計はなるべく低次系に持ち込むべきである。この点を誤解しないでいただきたい。わたしのわずかな経験を語る事が許されるならば、多くとも3次までにとどめるべきである。

特性方程式(0-30)を各次数で整理したものを再記すれば、

$$K_6 S^6 + K_5 S^5 + K_4 S^4 + K_3 S^3 + K_2 S^2 + K_1 S + K_0 = 0 \quad (0-34)$$

式(0-34)の各定数は、

$$K_6 = \frac{J_a}{\ell_1^2} \cdot M_V \cdot \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right)^2$$

$$K_5 = \frac{J_a}{\ell_1^2} \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) \left(C_V \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) + M_V \cdot \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} \right) + M_V \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) \left(\frac{C_T}{\ell_1^2} \cdot \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) + \frac{J_a}{\ell_1^2} \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} \right)$$

$$\begin{aligned}
K_4 = & \frac{J_a}{\ell_1^2} \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) \left\{ C_V \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} + A_V^2 + \frac{K_F}{\ell_2} \cdot \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) \right\} \\
& + M_V \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) \left\{ K_\tau \cdot \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) - f(x) \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) + \frac{\ell_2 K_F}{\ell_1^2} \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) + \frac{C_T}{\ell_1^2} \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} \right\} \\
& + \left\{ \frac{C_T}{\ell_1^2} \cdot \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) + \frac{J_a}{\ell_1^2} \cdot \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} \right\} \left\{ C_V \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) + M_V \cdot \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_3 = & \frac{J_a}{\ell_1^2} \cdot \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) \cdot \frac{K_F}{\ell_2} \cdot \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} + \left\{ \frac{C_T}{\ell_1^2} \cdot \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) + \frac{J_a}{\ell_1^2} \cdot \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} \right\} \left\{ C_V \cdot \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} + A_V^2 + \frac{K_F}{\ell_2} \cdot \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) \right\} \\
& + M_V \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) \left\{ -f(x) \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} + K_\tau \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} + A_N \frac{\partial Q_N}{\partial x} + \frac{\ell_2}{\ell_1^2} K_F \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} \right\} \\
& + \left\{ C_V \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) + M_V \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} \right\} \left\{ K_\tau \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) - f(x) \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) + \frac{\ell_2}{\ell_1^2} K_F \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) + \frac{C_T}{\ell_1^2} \cdot \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_2 = & \left\{ \frac{C_T}{\ell_1^2} \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) + M_V \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} \right\} \frac{K_F}{\ell_2} \cdot \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} \\
& + \left\{ K_\tau \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) - f(x) \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) + \frac{\ell_2}{\ell_1^2} K_F \cdot \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) + \frac{C_T}{\ell_1^2} \cdot \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} \right\} \left\{ C_V \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} + A_V^2 + \frac{K_F}{\ell_2} \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) \right\} \\
& + \left\{ C_V \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) + M_V \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} \right\} \left\{ -f(x) \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} + K_\tau \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} + A_N \frac{\partial Q_N}{\partial x} + \frac{\ell_2}{\ell_1^2} K_F \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} \right\} \\
& + \left\{ A_N A_V - \frac{K_F}{\ell_1} \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) \right\} \frac{K_F}{\ell_1} \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_1 = & \left\{ K_\tau \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) - f(x) \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) + \frac{\ell_2}{\ell_1^2} K_F \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) + \frac{C_T}{\ell_1^2} \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} \right\} \frac{K_F}{\ell_2} \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} \\
& + \left\{ C_V \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} + A_V^2 + \frac{K_F}{\ell_2} \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) \right\} \left\{ -f(x) \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} + A_N \frac{\partial Q_N}{\partial x} + K_\tau \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} + \frac{\ell_2}{\ell_1^2} K_F \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} \right\} \\
& - \left\{ A_N A_V - \frac{K_F}{\ell_1} \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) \right\} \left\{ A_V \frac{\partial Q_N}{\partial x} - \frac{K_F}{\ell_1} \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} \right\} - \left(\frac{K_F}{\ell_1} \right)^2 \left(\frac{1}{2} \beta V_0 \right) \frac{\partial Q_N}{\partial P_N}
\end{aligned}$$

$$K_0 = \frac{K_F}{\ell_2} \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} \left\{ -f(x) \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} + A_N \frac{\partial Q_N}{\partial x} + K_\tau \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} + \frac{\ell_2 K_F}{\ell_1^2} \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} \right\}$$

$$+ \frac{K_F}{\ell_1} \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} \left\{ A_V \frac{\partial Q_N}{\partial x} - \frac{K_F}{\ell_1} \frac{\partial Q_N}{\partial P_N} \right\}$$

(ただし $Y_L = 0$)

ここで、次の仮定を行い、式(0-34)を簡略化する。

$$\beta = 0$$

$$M_V = 0$$

$$C_V = 0$$

これらは、案内弁に働く力に関わるもので、案内弁の質量と油の圧縮性による共振点が、ここで対象としている数 100Hz の応答に対し一桁高いことを前提にしている。

この仮定により式(0-34)は、

$$k_3 S^3 + k_2 S^2 + k_1 S + k_0 = 0 \quad (0-35)$$

$$k_3 = \frac{J_a}{\ell_1^2}$$

$$k_2 = \frac{C_T}{\ell_1^2}$$

$$k_1 = \frac{K_\tau + \ell_2 K_f}{\ell_1^2} = \frac{K_T}{\ell_1^2}$$

$$k_0 = \frac{K_F}{\ell_1} \cdot \frac{1}{A_V} \cdot \frac{\partial Q_N}{\partial x}$$

で示すことができる。

式(0-35)について、各パラメータの変化により根の移動を調べる。

初めに、根の位置をプロットするS平面を準備するS平面については、文献[3]を参照した。

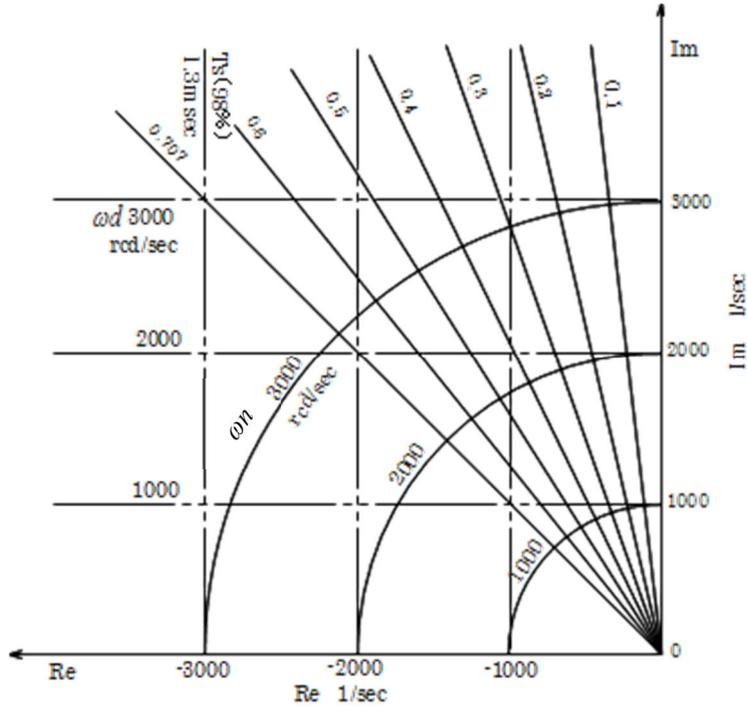


図 0-12 S 平面

次に評価するパラメータについて S 平面にプロットしたものの例を掲げておく。

文献[3]にもあるとおり、根軌跡法は特性根の軌跡を S-平面上に直接図示するのであるから、これによる判定法は、そのものズバリである。

(1) アーマチュア慣性モーメント J_a とトルクモータ剛性 K_r をパラメータとした場合

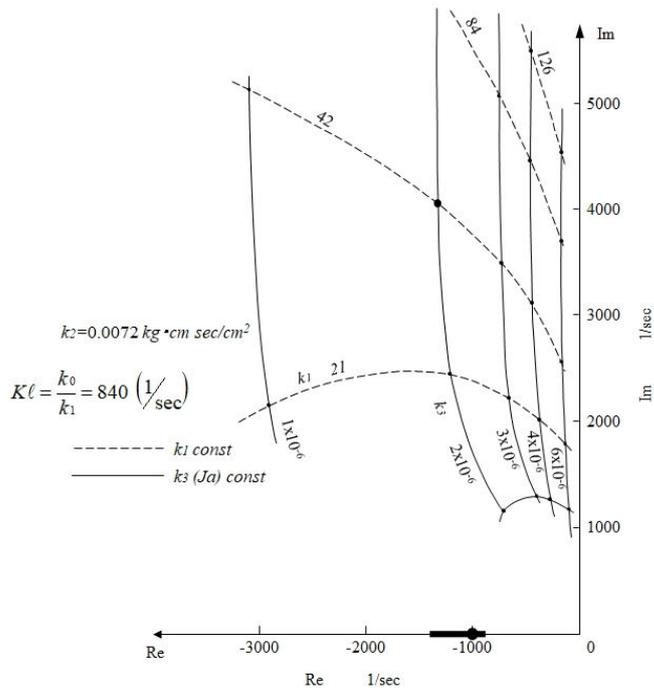


図 0-13 パラメータコンタチャート(No.1)

図0-13において、ループゲイン Kl を一定に保った条件下では、トルクモータ部の剛性 $k_2 = Y_{T22} + Y_{F11}$ をむやみと大にすることは相対安定度(ζ)が下がることがわかる。また、アーマチュアの慣性モーメントを小とすることは、サーボ弁の安定度を上げる上で効果の大なることがわかる。

(2) 同様に、パラメータをループゲイン Kl と、トルクモータ剛性 k_2 とした場合、同図に k_0 constant の場合、 k_1 を変化させたものも同時に描いてある。

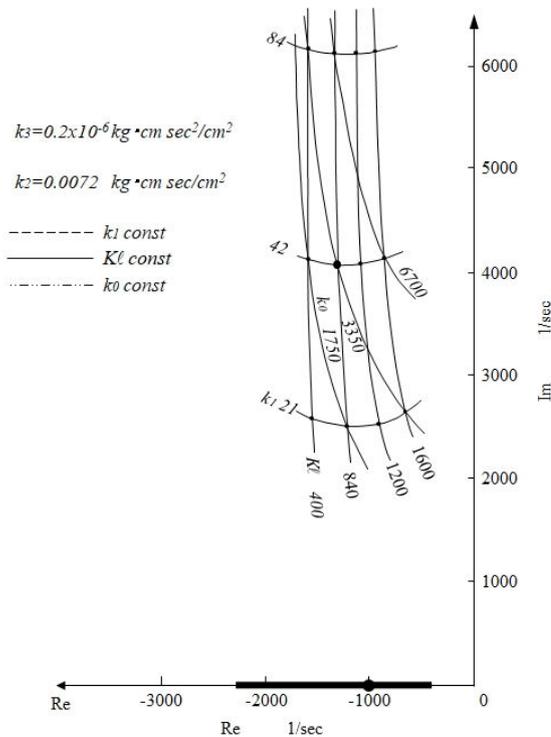


図 0-14 パラメータコンタチャート(No.2)

図0-14において、たとえば、 k_0 を一定に保ち、 k_1 を変化させた場合、相対安定度に最適値があるように見える。しかしこれは、このグラフだけで決定されるべきものではないが、設計上の指針とはなるはずである。たとえば、 k_0 が決定された場合、ループゲイン Kl もしくは、 k_1 を決定する目安ができたことになる。

(3) 同様にパラメータをトルクモータ減衰係数 ζ 及びループゲイン Kl とした場合、式(0-35)は、

$$\frac{1}{\omega_{nT}^2} S^3 + \frac{2\zeta}{\omega_{nT}} S^2 + S + Kl = 0 \quad (0-36)$$

となり、 ω_n , ζ はそれぞれ

$$\omega_n^2 = \frac{k_1}{k_3} = \frac{J_a}{K_T}$$

$$\zeta = \frac{k_2}{2\sqrt{k_3 \cdot k_1}} = \frac{C_T}{2\sqrt{J_a \cdot K_T}} \quad (0-37)$$

で示される。

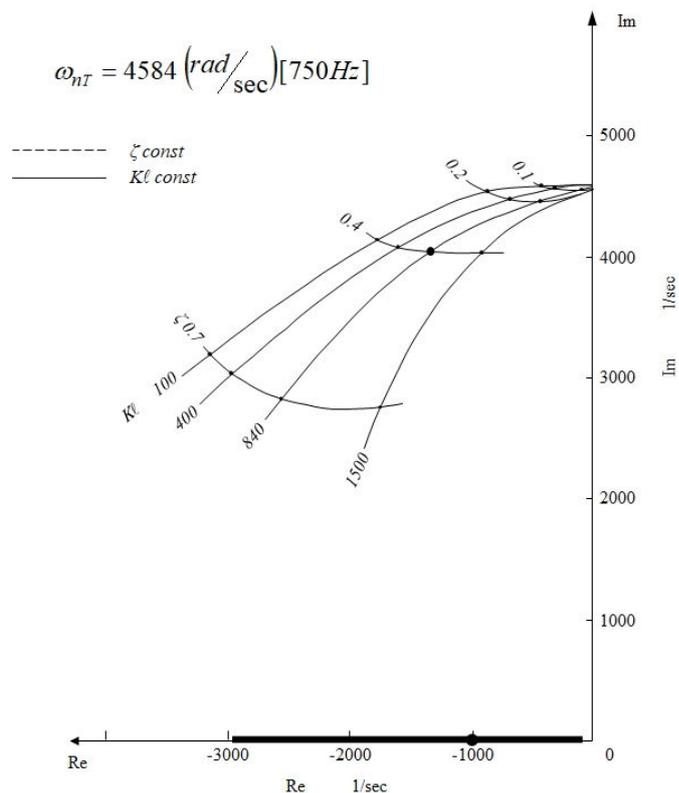


図 0-15 パラメータコンタチャート(No.3)

以上みてきたように、フラップのノズルによる変位制限の非線形性の評価を除いて、詳細な解析を試みた。結果、構成要素に必要とされる諸特性の見通しを得ることができている。設計するうえでの方向性が得られた。が、これよりサーボ弁の設計ができるわけではない。冒頭で述べたトルクモータの大きさを決められるわけではもちろんない。解析と設計の間には簡単に越えられない溝がある。この溝をうずめる方法はない（そもそも作業の方向が全く逆だから）。この溝を設計者は、経験、センス、直観などを動員し飛び越えるのである。これから以降の空気圧サーボについての話は、解析と、いろいろなサーボの実際の挙動を紹介する。これらは設計するうえで直接的に価値あることではない。また、決して、経験、センス、直観などが涵養されるわけではない（と思う）。けれど、設計するうえでの見通しが良くなれば、役に立つ（と考える）。

後の章で、本方式の空気圧サーボ弁の検討を行う。空気圧サーボ弁は、油圧サーボ弁の場合に仮定した $B=0$ とはできず、 B が陽にあらわれ、不安定になる。

文献

- [1] 町山忠弘, 川瀬武彦, 神保有司. 油圧式動力伝達装置に関する実験・考察 (第 2 報 システム・シンセシスへのアプローチ). 早稲田大学理工学研究所報告 39, 1-6, 1967.
- [2] 高橋利衛. 流体輸送プロセスの回路論的考察. 自動制御 8(1), 36-53, 1961.
- [3] 高橋利衛. 自動制御の数学. p.303-307.